



Szybka wielobiegunowa metoda elementów brzegowych w analizie układów liniowosprężystych

Przykłady analizy. Część 1.

dr inż. Jacek Ptaszny

Rzeszów, 15-16.04.2011



Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Program komputerowy

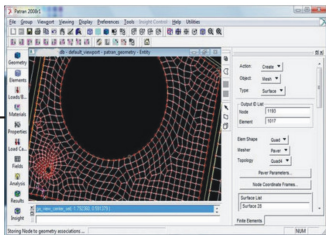
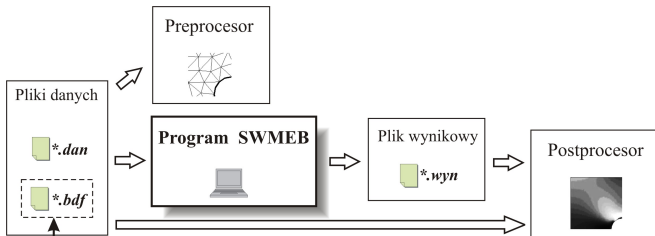
Charakterystyka

- Analiza statyczna płaskich układów liniowosprężystych.
- Obciążenie siłami powierzchniowymi lub objętościowymi.
- Oliczanie naprężeń na brzegu i wewnątrz obszaru.
- Dyskretyzacja:
 - brzeg: trójwęzłowe izoparametryczne elementy brzegowe z kwadratowymi funkcjami kształtu,
 - obszar: sześciowęzłowe izoparametryczne komórki wewnętrzne z kwadratowymi funkcjami kształtu.
- Dla modeli z komórkami wewnętrznymi: wykorzystanie programu MSC.Patran do generowania siatki.
- Pre- i postprocesor dla modeli MEB.



Program komputerowy

Schemat działania



MSC.Patran



Plan prezentacji

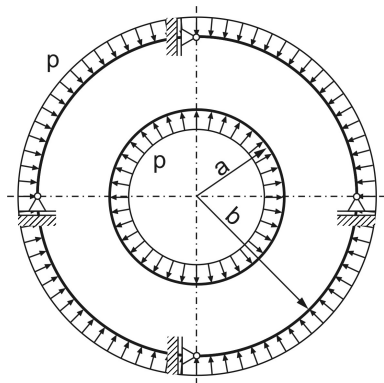
- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Rura grubościenna

Parametry modelu i metody

- $a=1$ m, $b=2$ m
- $E = 200$ GPa, $\nu=0.3$
- $p = 10^8$ Pa
- PSO
- Kwadratowe elementy brzegowe
- Liczba stopni swobody: 128 - 14 440
- Liczba składników szeregu:
 $w = 5, 10, 15$

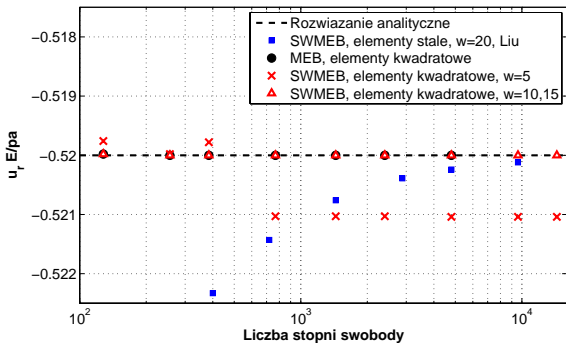


Liu Y.J., A new fast multipole boundary element method for solving large-scale two-dimensional elastostatic problems, Int J Numer Meth Eng, 65, 863-881, 2006.



Dokładność przemieszczeń

Średnie przemieszczenia promieniowe na brzegu wewnętrznym

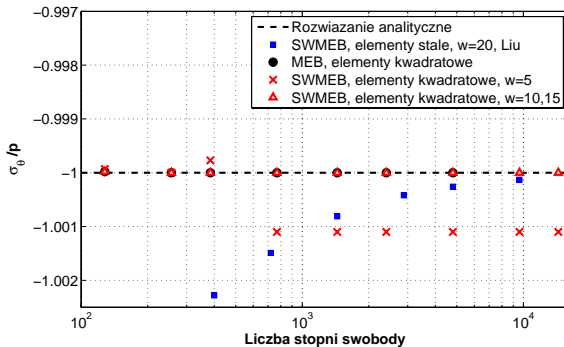


Największy błąd przemieszczeń jest wielkością rzędu 0.1%.



Dokładność naprężeń

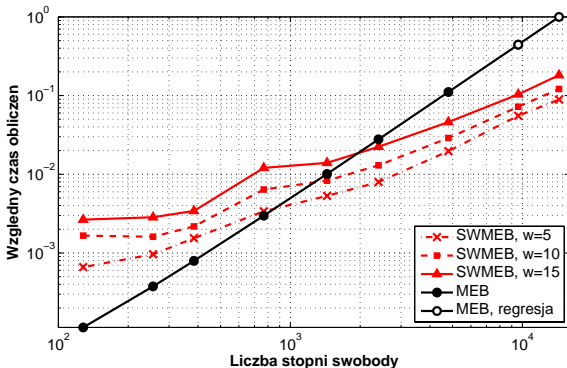
Średnie naprężenia obwodowe na brzegu wewnętrznym



Największy błąd naprężeń jest wielkością rzędu 0.1%.



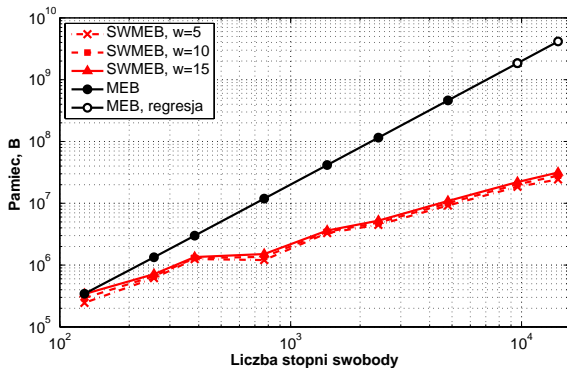
Względny czas analizy



Czas analizy SWMEB może być o rząd wielkości mniejszy względem czasu analizy konwencjonalną MEB.



Wymagana pamięć komputera



Pamięć wymagana do analizy SWMEB może być o dwa rzędy wielkości mniejsza względem pamięci w przypadku konwencjonalnej MEB.



Plan prezentacji

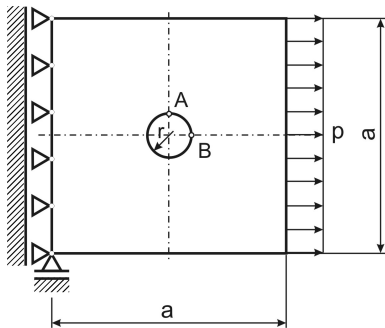
- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem**
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Tarcza z otworem

Parametry modelu i metody

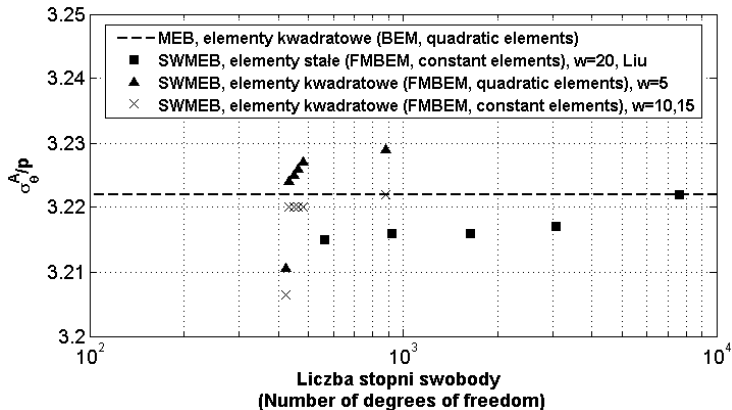
- $a = 1$ m,
- $r = 0.1$ m,
- $E = 200$ GPa,
- $\nu = 0.3$,
- PSN
- Kwadratowe elementy brzegowe
- 6 wariantów dyskretyzacji brzegu
- Liczba stopni swobody: 424 - 880
- Liczba składników szeregu: $w = 5, 10, 15$



Liu Y.J., *A new fast multipole boundary element method for solving large-scale two-dimensional elastostatic problems*, *Int J Numer Meth Eng*, 65, 863-881, 2006.

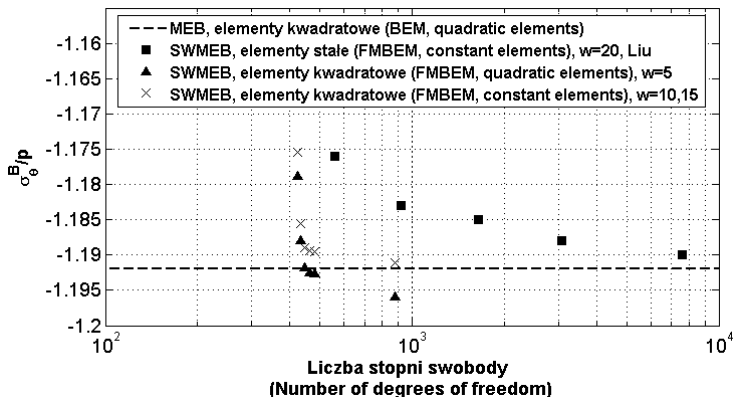


Względne naprężenia obwodowe w punkcie A





Względne naprężenia obwodowe w punkcie B



Największy błąd SWMEB z elementami kwadratowymi, dla największego układu, przy $w=5$ jest rzędu 0.1%.



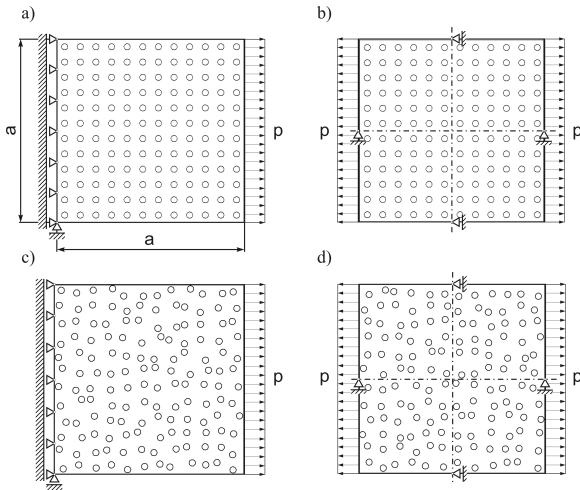
Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Tarcze perforowane

Geometria układu i warunki brzegowe



Tarcze z różnym rozmieszczeniem otworów i różnymi warunkami brzegowymi





Tarcze perforowane

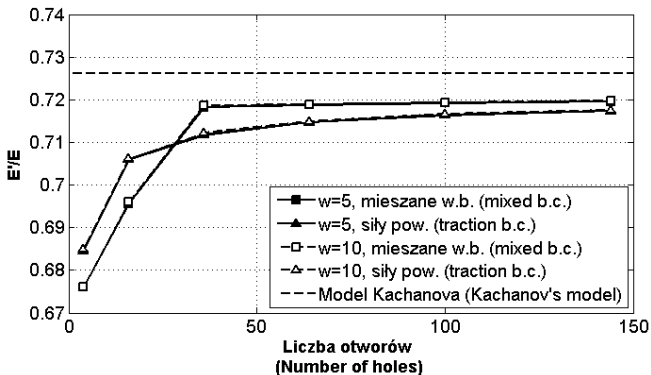
Geometria układu, warunki brzegowe i parametry metody

- Promień otworów: $r = 0.1$ m
- Liczba otworów: 4, 16, 36, 64, 100, 144,
- Porowatość: 12.56%
- $E = 200$ GPa
- $\nu = 0.3$
- PSN
- Liczba stopni swobody $\leq 14\,720$
- $w = 5, 10$
- $\kappa = 20$
- GMRES, $tol = 10^{-6}$



Tarcze perforowane

Zastępczy moduł Younga przy równomiernym rozmieszczeniu otworów



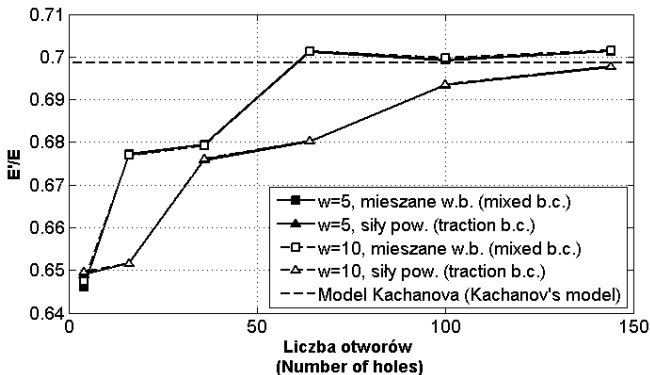
Model analityczny:

Kachanov M., On the effective moduli of solids with cavities and cracks, Int J Fracture, 59, R17-R21, 1993.



Tarcze perforowane

Zastępczy moduł Younga przy losowym rozmieszczeniu otworów



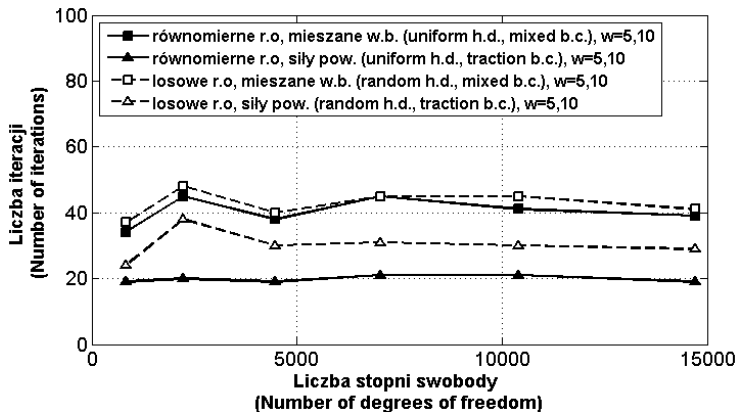
Model analityczny:

Kachanov M., On the effective moduli of solids with cavities and cracks, Int J Fracture, 59, R17-R21, 1993.



Tarcze perforowane

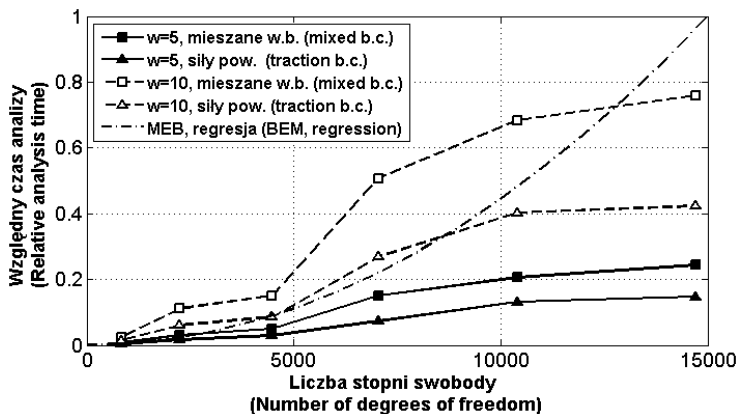
Liczba iteracji GMRES





Tarcze perforowane

Względny czas obliczeń

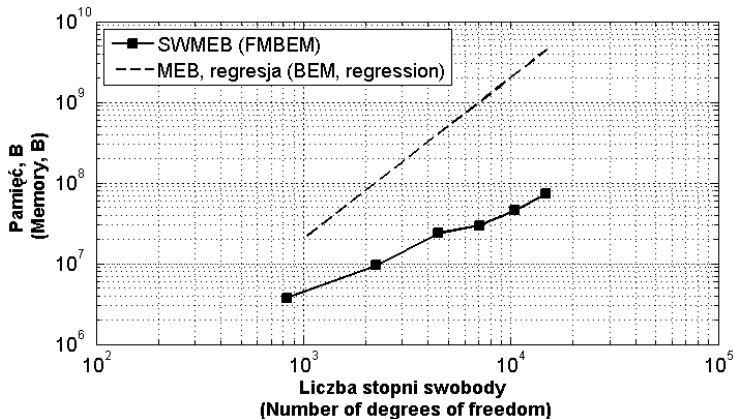


Linia MEB - wykres funkcji regresji z przykładu 1.



Tarcze perforowane

Pamięć

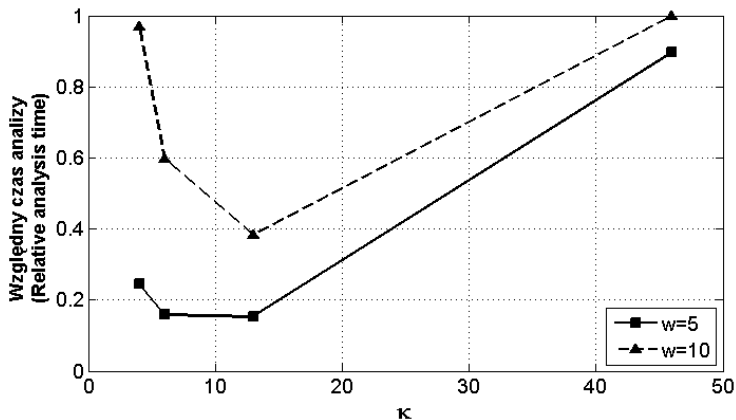


Linia MEB - wykres funkcji regresji z przykładu 1.



Tarcze perforowane

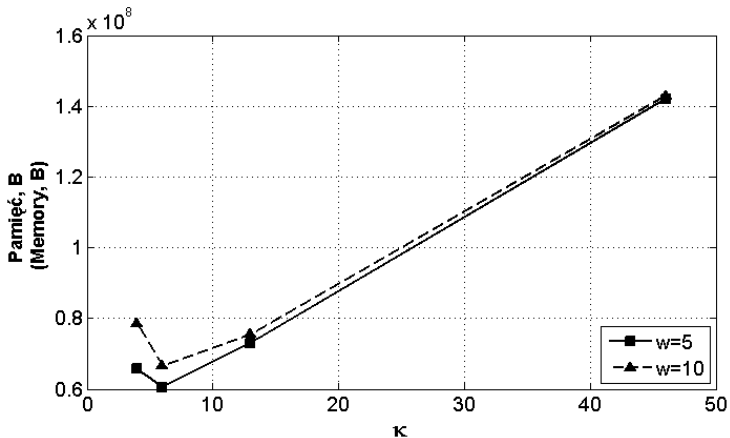
Wpływ parametru κ na czas analizy





Tarcze perforowane

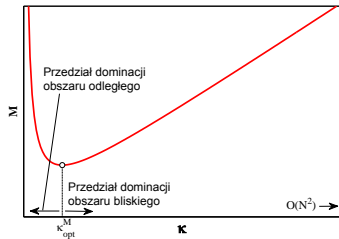
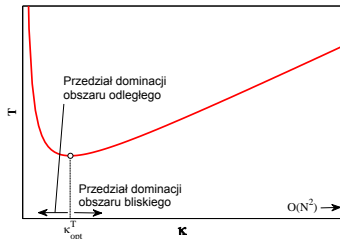
Wpływ parametru κ na pamięć





Tarcze perforowane

Wartości optymalne parametru κ



w	κ_{opt}^T		κ_{opt}^M	
	Szacowana	Rzeczywista	Szacowana	Rzeczywista
5	16	13	2	6
10	29	13	3	6



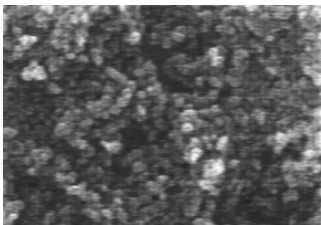
Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty**
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura

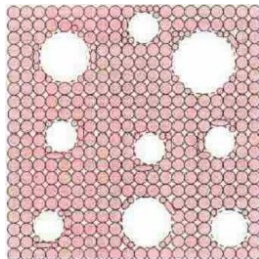


Materiał porowaty

Spiekany korund (Al_2O_3)



Obraz złomu próbki spiekane go korundu uzyskany za pomocą elektronowego mikroskopu skaningowego (SEM)



Morfologia porów

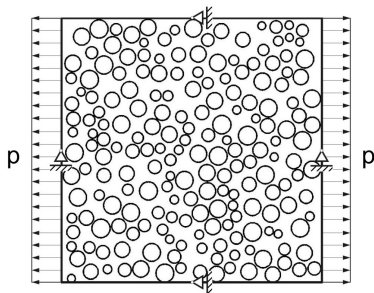
Deng Z.Y., Fukusawa T., Ando M., Microstructure and mechanical properties of porous alumina ceramics fabricated by the decomposition of aluminium hydroxide, *J Am Ceram Soc*, 84, 11, 2638-2644, 2001.



Reprezentatywny element objętości

8 modeli o różnej porowatości

- Długość boku kwadratu: 2 μm
- Liczba otworów: ≤ 200
- Porowatość: $V = 0.1 \div 0.4$
- $E = 400 \text{ GPa}$
- $\nu = 0.23$
- $p = 100 \text{ MPa}$
- PSN
- Dyskretyzacja:
 - 160 elementów kwadratowych na każdy z boków
 - 16 elementów kwadratowych na każdy z otworów
- Liczba stopni swobody: $\leq 15\,360$
- Liczba składników szeregu: 5



*Reprezentatywny element objętości
(ang. representative volume element,
RVE)*



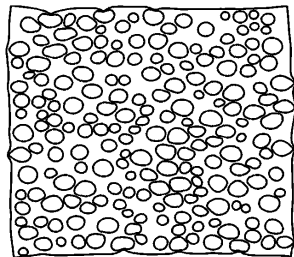
Zastępczy moduł Younga - homogenizacja

Średnie odkształcenia:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{A} \int_{\Gamma_0} u_i n_j d\Gamma_0 \quad (1)$$

Zastępczy moduł Younga:

$$E' = \frac{P}{\bar{\varepsilon}_{11}} \quad (2)$$



Odształcony układ o największej porowatości $V = 0.4$



Porównanie wyników analizy z innymi modelami

Model analityczny, Kachanov, 1993:

$$E' = E \frac{1 - V}{1 + 2V}, \quad (3)$$

Model empiryczny 1, Deng i inni, 2001:

$$E' = E(1 - V)^{2.8}, \quad (4)$$

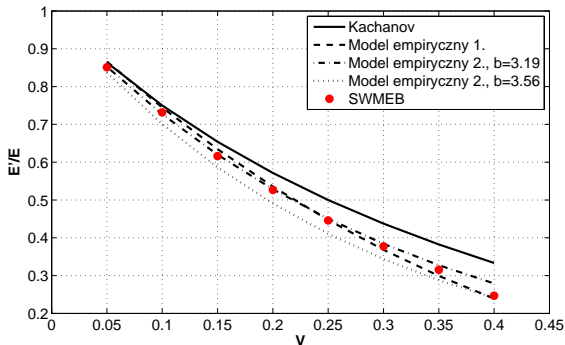
Model empiryczny 2, Cannillo i inni, 2003

$$E' = E \exp(-bV). \quad (5)$$



Wyniki homogenizacji

Względny zastępczy moduł Younga



Wyniki analizy SWMEB zgadzają się z wynikami uzyskanymi przez innych autorów za pomocą modelu analitycznego oraz modeli empirycznych.



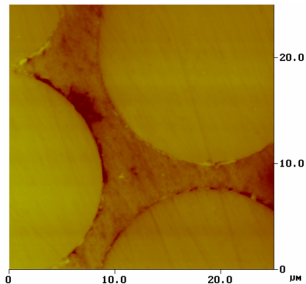
Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura



Materiał kompozytowy

Kompozyt o osnowie z żywicy epoksydowej wzmacniany włóknami szklanymi



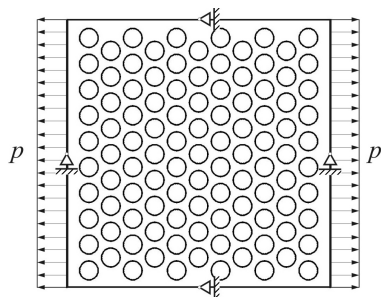
*National Institute of Standards and
Technology, USA*
<http://www.bfrl.nist.gov/nanoscience/gallery>



Reprezentatywny element objętości

Parametry modeli i metody

- Długość boku kwadratu: 0.5 mm
- Liczba wtrąceń: 105
- Udział objętościowy włókien:
 $F = 0.1 \div 0.4$
- Osnowa: $E_m = 3.6 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0.35$
- Włókna: $E_f = 72 \text{ GPa}$, $\nu_f = 0.2$
- $p = 50 \text{ MPa}$
- PSO
- Dyskretyzacja:
 - 160 elementów kwadratowych na każdy z boków
 - 18 elementów kwadratowych na każdy z otworów
- Liczba stopni swobody: $\leq 10\ 120$
- Liczba składników szeregu: 5



Reprezentatywny element objętości



Zastępczy moduł Younga

Porównanie wyników analizy z innymi modelami:

- 1 Odwrotna zasada mieszania:

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{F E_m + (1 - F) E_f}. \quad (6)$$

- 2 Model półempiryczny Halpina-Tsaia:

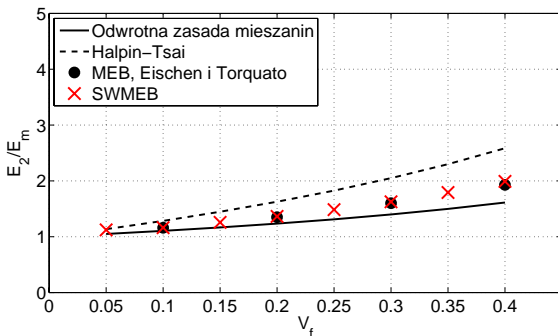
$$E_2 = E_m \frac{1 + \zeta \eta F}{1 - \eta F}, \quad \zeta = 2 + 40 F^{10}, \quad \eta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \zeta}. \quad (7)$$

- 3 Analiza numeryczna komórki elementarnej za pomocą konwencjonalnej MEB (Eischen i Torquato, 1993).



Wyniki homogenizacji

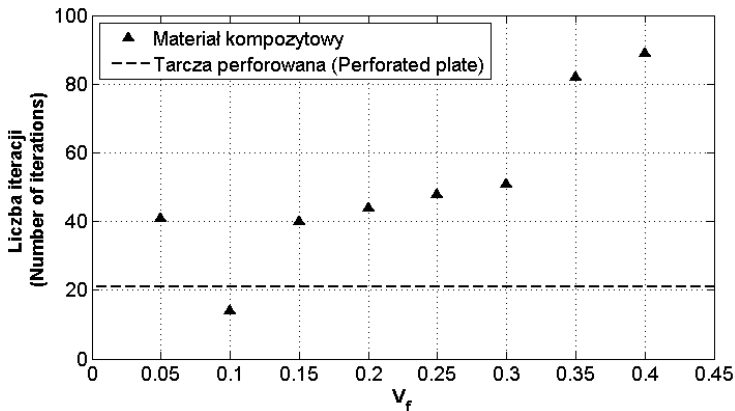
Względny zastępczy moduł Younga



Wyniki analizy SWMEB zgadzają się z wynikami uzyskanymi za pomocą pozostałych modeli.



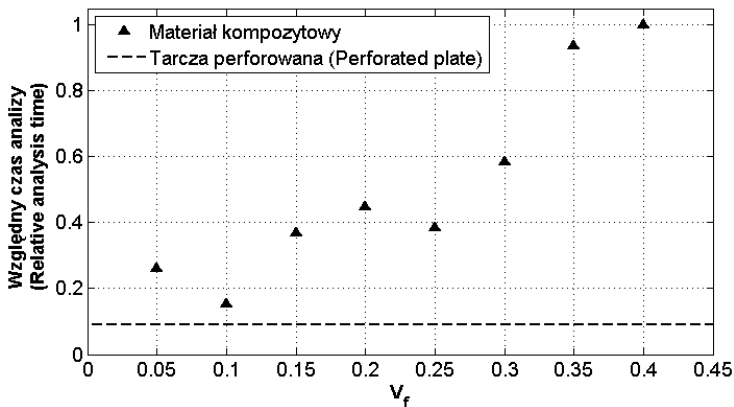
Liczba iteracji



Tarcza perforowana: 100 otworów równomiernie, 10 400 stopni swobody.



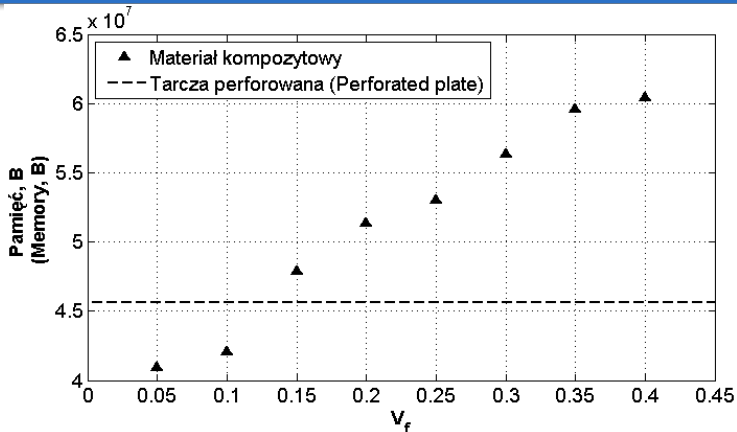
Czas analizy



Tarcza perforowana: 100 otworów rozmieszczonych równomiernie, 10 400 stopni swobody.



Pamięć








Analiza materiału kompozytowego jest mniej efektywna w porównaniu z analizą tarcz perforowanych.








Plan prezentacji

- 1 Program komputerowy
- 2 Rura grubościenna
- 3 Tarcza z otworem
- 4 Tarcze perforowane
- 5 Materiał porowaty
- 6 Materiał kompozytowy
- 7 Literatura**








-  Cannillo V., Leonelli C., Manfredini T., Montorsi M., Boccaccini A.R., Computational simulations for the assessment of the mechanical properties of glass with controlled porosity, *J Porous Mat*, 10, 189-200, 2003.
-  Deng Z.Y., Fukusawa T., Ando M., Microstructure and mechanical properties of porous alumina ceramics fabricated by the decomposition of aluminium hydroxide, *J Am Ceram Soc*, 84, 11, 2638-2644, 2001.
-  Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z., *Wytrzymałość materiałów. Tom II*, WNT, Warszawa, 1997.
-  Eischen J.W., Torquato S., Determining elastic behavior of composites by the boundary element method, *J Appl Phys*, 74, 1, 159-170, 1993.
-  German J., *Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych*, Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Kraków, 1996.






-  Halpin J.C., Kardos J.L., The Halpin-Tsai equations: A review, *Polym Eng Sci*, 5, 344-352, 1976.
-  Hu N., Wang B., Tan G.W., Yao Z.H., Yuan W.F., Effective elastic properties of 2-D solids with circular holes: numerical simulations, *Compos Sci Technol*, 60, 1811-1823, 2000.
-  Kachanov M., On the effective moduli of solids with cavities and cracks, *Int J Fracture*, **59**, R17-R21, 1993.
-  Kouznetsova V.G., *Computational homogenization for the multi-scale analysis of multi-phase materials*, PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2002.
-  Liu Y.J., A new fast multipole boundary element method for solving large-scale two-dimensional elastostatic problems, *Int J Numer Meth Eng*, 65, 863-881, 2006.



-  Ptaszny J., Fedeliński P., Szybka wielobiegunowa metoda elementów brzegowych dla dwuwymiarowych zagadnień elastostatyki, *Modelowanie Inżynierskie*, 32, 1, 407-414, 2006.
-  Ptaszny J., Fedeliński P., Fast multipole boundary element method for the analysis of plates with many holes, *Arch Mech*, 59, 4-5, 385-401, 2007.
-  Yao Z., Kong F., Wang H., Wang P., 2D Simulation of composite materials using BEM, *Eng Anal Bound Elem*, 28, 927-935, 2004.
-  Liu Y.J., Nishimura N., The fast multipole boundary element method for potential problems: A tutorial, *Eng Anal Bound Elem*, 30, 371-381, 2006.
-  Nishimura N., Fast multipole accelerated boundary integral equation methods, *Appl Mech Rev*, 55, 4, 299-324, 2002.



-  Rokhlin V., Rapid Solution of Integral Equations of Classical Potential Theory, *J Comput Phys*, 60, 187-207, 1983.
-  Wang H., Yao Z., Wang P., On the preconditioners for fast multipole boundary element methods for 2D multi-domain elastostatics, *Eng Anal Bound Elem*, 29, 673-688, 2005.
-  Yamada Y., Hayami K., A multipole boundary element method for two dimensional elastostatics, Tech. Report, METR 95-07, Math. Eng. Section, Dept. Math. Eng., Information. Phys., Univ. Tokyo, 1995.



Dziękuję za uwagę

LaTeX Template based on Oxygen, <http://www.kde.org/kdeslides/>